Exercice N°1:

1) $(\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2 = 3-6\sqrt{6}+18 = 21-6\sqrt{6}$

$(\sqrt{3}-2)^2 = 3-4\sqrt{3}+4 = 7-4\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\sqrt{7-4\sqrt{3}}-\sqrt{21-6\sqrt{6}} &= \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}-\sqrt{(\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2}\\ &= |\sqrt{3}-2|-|\sqrt{3}-3\sqrt{2}|\\ &= (\sqrt{3}-2)-(\sqrt{3}-3\sqrt{2})\\ &= 2-\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{3}\\ &= 2-3\sqrt{2}\end{aligned}$$

2) $\frac{1}{\sqrt{5-3}}-\frac{1}{\sqrt{5+3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{2-1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$

3) $2 \le x \le 3 \iff 4 \le 2x \le 6 \implies 2x-6 \le 0 \implies |2x-6| = -2x+6$

$2 \le x \le 3 \iff -9 \le -3x \le -6 \implies -3x+6 \le 0 \implies |-3x+6| = 3x-6$

Par suite,

$$\begin{aligned}|2x-6|-|-3x+6| &= (-2x+6)-(3x-6)\\ &= -2x+6-3x+6\\ &= -5x+12\end{aligned}$$

Exercice N°2:

1) $|-2x+1| > 3$

$-2x+1 > 3 \quad ou \quad -2x+1 < -3$

$-2x > 2 \quad ou \quad -2x < -4$

$x < -1 \quad ou \quad x > 2$

$S_{\mathbb{R}} =]-\infty,-1[\cup]2,+\infty[$

2) $\sqrt{-2x+3} = x-1$

<u>Condition:</u> Il faut que $x-1 \geq 0 \iff x \geq 1.$

$\sqrt{-2x+3} = x-1 \iff (\sqrt{-2x+3})^2 = (x-1)^2 \iff -2x+3 = x^2-2x+1$

$\iff x^2-2=0$

$\iff x=\sqrt{2} \quad ou \quad x=-\sqrt{2}$

$S_{\mathbb{R}} = \{\sqrt{2}\}$

3) $\frac{-2x+3}{3x-4} \geq 0$

Il faut que, $3x-4 \neq 0 \iff x \neq \frac{4}{3}$

x	$-\infty$		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$3x-4$		$-$	0	$+$		$+$	
$-2x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
$\frac{-2x+3}{3x-4}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

$$S_{\mathbb{R}} =]\frac{4}{3}, \frac{3}{2}]$$

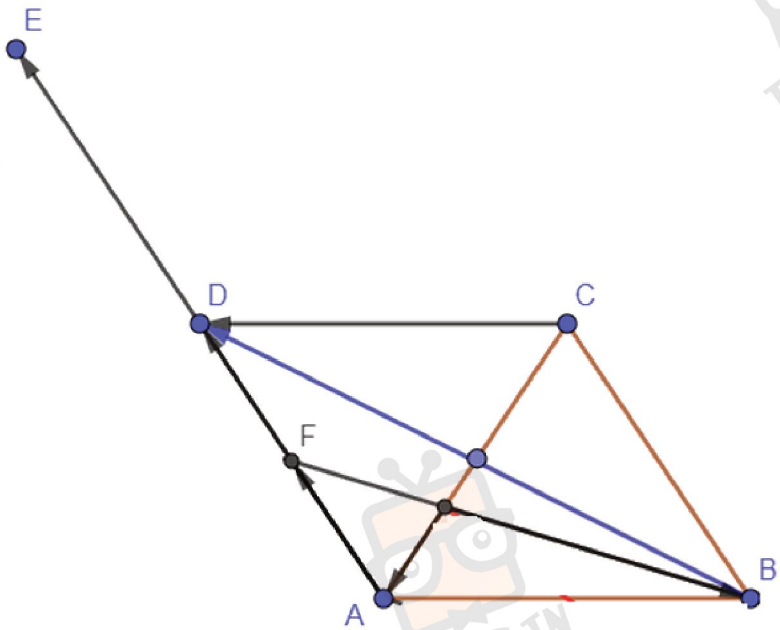
4) $2x^2+7x-9=0 \iff$

$a+b+c=0 \iff$

$x_1 = 1 \quad et \quad x_2 = \frac{-9}{2}$

$S_{\mathbb{R}} = \{1, \frac{-9}{2}\}$

Exercice N°3:



2) a) $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BC} = \frac{-3}{2}\overrightarrow{BC}$

D'où $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

b) $\overrightarrow{AE} - 4\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BC} = 0$

$\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{AF}$

$\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires avec un point commun.

Ainsi, A, E, et F sont alignés.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}$

Exercice N°4:

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$

$$d\acute{e}t(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC})=\begin{vmatrix}-3 & -1\\ 1 & -3\end{vmatrix}=9+1=10$$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ non colinéaires donc A, B et C ne sont pas alignés.

2) Pour que $ABCD$ soit un parallèlogramme, il faut que

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

$$\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-x_D\\-1-y_D\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}1-x_D=-3\\-1-y_D=1\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}x_D=4\\y_D=2\end{cases}$$

$D(4,2)$

3) Pour que $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ soient colinéaires, il faut que

$d\grave{e}t(\vec{u},\overrightarrow{AB})=0$

$$\begin{vmatrix}2m^2 & -3\\ \frac{1}{3}m-1 & 1\end{vmatrix}=2m^2-(-3(\tfrac{1}{3}m-1))=2m^2+m-3$$

$m=1$ ou $m=\frac{-3}{2}$